Prirodno-matematički fakultet
Društvo matematičara i fizičara Crne Gore

OLIMPIJADA ZNANJA 2014

Rješenja zadataka iz FIZIKE
za II razred srednje škole

1. Centripetalno ubrzanje kamenu obezbjeđuje rezultujuća sila u pravcu poluprečnika, usmjerena ka centru kružne putanje. U najnižoj tački putanje kamena vrijednost centripetalne sile je:

$$F_{c1} = T_1 - mg, \tag{1}$$

gdje je T_1 sila zatezanja konca u najnižoj tački putanje kamena.
U najvišoj tački putanje kamena centripetalna sila je:

$$F_{c2} = T_2 + mg, \tag{2}$$

gdje je T_2 sila zatezanja konca u najvišoj tački putanje kamena (slika). Ove dvije jednačine se mogu prepisati u obliku:

$$\frac{mv_1^2}{l} = T_1 - mg,$$

odn.

$$\frac{mv_2^2}{l} = T_2 + mg.$$

Veličina l je dužina konca za koji je vezan kamen. Oduzimanjem prethodne dvije jednačine dobija se:

$$T_1 - T_2 = 2mg + \frac{m}{l}(v_1^2 - v_2^2). \tag{3}$$

Zakon održanja energije za referentni nivo u najnižoj tački tački putanje kamena je:

$$\frac{mv_1^2}{2} = \frac{mv_2^2}{2} + 2mgl. \tag{4}$$

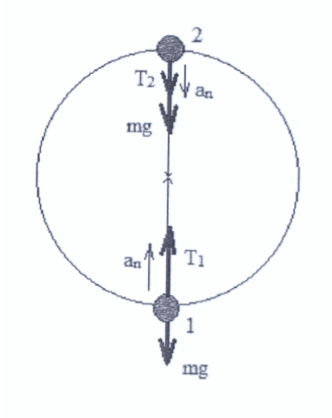
Odavde se dobija izraz:

$$v_1^2 - v_2^2 = 4gl. \tag{5}$$

Iz jednačina (3) i (5) slijedi:

$$T_1 - T_2 = 6mg = 6N. \tag{6}$$

Sila zatezanja konca u najnižoj tački putanje kamena veća je od sile zatezanja konca u najvišoj tački putanje kamena za $6N$.



2. Za vazduh u gornjem dijelu cilindra, prije pomjeranja klipa, važi jednačina stanja idealnog gasa:
$$p_1V_1 = nRT_1. \tag{7}$$
Zapremina V_1 je $V_1 = S \cdot h$. Ako se klip pomjeri za rastojanje x poslije puštanja, jednačina stanja idealnog gasa za gornji dio cilindra ima oblik:
$$p_2V_2 = nRT_2, \tag{8}$$
gdje je zapremina $V_2 = S \cdot (h - x)$, a pritisak $p_2 = F_{el}/S = k \cdot (h - x)/S$.
Iz jednačina (7) i (8) slijedi:
$$\frac{p_1Sh}{T_1} = \frac{k \cdot (h - x)^2}{T_2}. \tag{9}$$
Poslije pomjeranja klipa za rastojanje x, zakon održanja energije se može napisati u obliku:
$$\frac{kh^2}{2} + \frac{5}{2}nRT_1 = \frac{k(h - x)^2}{2} + \frac{5}{2}nRT_2. \tag{10}$$
Napomena: ovdje je vazduh smatran dvoatomskim idealnim gasom.
Iz gornje jednačine se dobija izraz:
$$k(h - x)^2 = kh^2 + 5nRT_1 - 5nRT_2.$$
Njegovom zamjenom u jednačinu (9) dobijamo izraz za traženu temperaturu T_2:
$$T_2 = T_1\frac{kh^2 + 5nRT_1}{p_1Sh + 5nRT_1}. \tag{11}$$

3. a) Proces od $1 - 2$ je adijabatski, tj. $Q_{12} = 0$, odn. $A_{12} = -\Delta U_{12} = -nC_v(T_2 - T_1)$. Iz
$$p_1V_1^\gamma = p_2V_2^\gamma,$$
i jednačina stanja idealnog gasa $p_1V_1 = nRT_1$ i $p_2V_2 = nRT_2$ slijedi:
$$T_2 = T_1\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}. \tag{12}$$
Sada je:
$$A_{12} = -nC_vT_1\left[\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1} - 1\right],$$

odn.

$$A_{12} = \frac{5}{2}p_1V_1\left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}\right]. \tag{13}$$

Zamjenom datih brojnih vrijednosti dobija se:

$$A_{12} = 300J. \tag{14}$$

Za izobarski proces $2-3$ važi $A_{23} = p_2\Delta V = p_2(V_3 - V_2)$. Iz jednačine

$$p_1V_1^\gamma = p_2V_2^\gamma,$$

slijedi

$$p_2 = p_1\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^\gamma, \tag{15}$$

pa je:

$$A_{23} = p_1\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^\gamma(V_3 - V_2). \tag{16}$$

Zamjenom datih brojnih vrijednosti dobija se:

$$A_{23} = 189.5J. \tag{17}$$

b) Promjena unutrašnje energije u procesu $1-2$ je:

$$\Delta U = -A_{12} = -300J. \tag{18}$$

Unutrašnja energija se u ovom procesu smanjuje.
U izobarskom procesu $2-3$ promjena unutrašnje energije je:

$$\Delta U_{23} = nC_v(T_3 - T_2).$$

Iz jednačina stanja idealnog gasa za tačke 2 i 3 dobijamo:

$$T_2 = \frac{p_2V_2}{nR}$$

i

$$T_3 = \frac{p_2V_3}{nR}.$$

Sada je:

$$\Delta U_{23} = nC_v\left(\frac{p_2V_3}{nR} - \frac{p_2V_2}{nR}\right), \tag{19}$$

odn.

$$\Delta U_{23} = \frac{5}{2}p_1\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^\gamma(V_3 - V_2). \tag{20}$$

Zamjenom datih brojnih vrijednosti dobija se:

$$\Delta U_{23} \approx 474J. \tag{21}$$

c) U adijabatskom procesu $1-2$ je $Q_{12} = 0$. U izobarskom procesu $2-3$ količina toplote je:

$$Q_{23} = \Delta U_{23} + A_{23}.$$

Ukupna količina toplote koju gas primi je:

$$Q = Q_{23} \approx 474J + 189.5J \approx 663.5J.$$

4. a) Trougao na čijim tjemenima se nalaze naelektrisanja q_1 i q_2 je pravougli trougao (slika). Takođe, vektori elektrostatičkog polja $\vec{E_1}$ i $\vec{E_2}$ međusobno zaklapaju prav ugao. Tada je intenzitet rezultantnog vektora $\vec{E}$ jednak izrazu:

$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2}. \tag{22}$$

Kako je

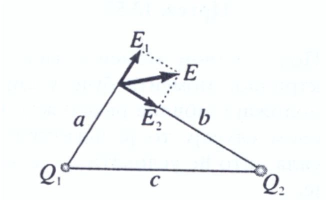
$$E_1 = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 a^2} = 12\frac{N}{C}$$

i

$$E_2 = \frac{q_2}{4\pi\epsilon_0 b^2} = 16\frac{N}{C},$$

to je traženi intenzitet rezultantnog elektrostatičkog polja

$$E = 20\frac{N}{C}.$$



b) i) Energija kondenzatora prije njihovog paralelnog vezivanja jednaka je zbiru energija svakog od kondenzatora:

$$W_1 = \frac{q_1^2}{2C_1} + \frac{q_2^2}{2C_2}.$$

ii) Energija sistema poslije paralelnog vezivanja kondenzatora je:

$$W_2 = \frac{(q_1 + q_2)^2}{2(C_1 + C_2)}.$$

iii) Priraštaj energije sistema je negativan:

$$\Delta W = W_2 - W_1 = -\frac{(q_1 C_2 - q_2 C_1)^2}{2C_1 C_2 (C_1 + C_2)}.$$

Energija sistema paralelno vezanih kondenzatora W_2 je manja od zbira pojedinačnih energija kondenzatora W_1. Razlika ovih energija ΔW se oslobodila kao toplota na provodnicima koji povezuju kondenzatore.
iv) Priraštaj energije $\Delta W = 0$ pod uslovom $q_1 C_2 = q_2 C_1$.