

**Природно-математички факултет**  
**Друштво математичара и физичара Црне Горе**

**ОЛИМПИАДА ЗНАЊА 2014**

Рјешења задатака из физике  
за I разред средње школе

1. Укупно вријеме кретања је

$$t = \frac{l}{v} + \frac{v}{a}.$$

Овај се израз може проширити тако да се добије потпун квадрат:

$$t = \frac{l}{v} - 2\sqrt{\frac{l}{a}} + \frac{v}{a} + 2\sqrt{\frac{l}{a}} = \left(\sqrt{\frac{l}{v}} - \sqrt{\frac{v}{a}}\right)^2 + 2\sqrt{\frac{l}{a}}.$$

Одатле се види да је

$$t_{\min} = 2\sqrt{\frac{l}{a}} \quad \text{када је} \quad \sqrt{\frac{l}{v}} = \sqrt{\frac{v}{a}}.$$

Слиједи

$$v = \sqrt{al} = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

2. Обе куглице ротирају у хоризонталним равнима, а по вертикали се не помјерају. Нека је  $m$  маса доње куглице, а  $T$  сила затезања доњег конца. Тада за ротацију те куглице важи  $mr\omega^2 = T_h$ , гдје је  $r$  полупречник круга по којем се куглица креће, а  $T_h$  хоризонтална компонента силе затезања. Слиједи:

$$m \left( \frac{l}{2} + \frac{l\sqrt{3}}{2} \right) \omega^2 = T \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \text{односно} \quad ml(1 + \sqrt{3})\omega^2 = T\sqrt{3}.$$

Како се куглица не креће по вертикали, то је  $mg = T/2$ . Из ових посљедњих двију једначина се добија:

$$ml\omega^2(1 + \sqrt{3}) = 2mg\sqrt{3}, \quad \text{тј.} \quad \omega = \sqrt{\frac{2g\sqrt{3}}{l(1 + \sqrt{3})}}.$$

3. Када сателит ротира само под дејством гравитационе силе, једначина кретања је:

$$\frac{mv^2}{R} = \gamma \frac{Mm}{R^2},$$

гдје је  $\gamma$  гравитациона константа, а  $M$  маса Земље. Када ротира под дејством погонске силе мотора и гравитационе силе, тада је

$$\frac{4mv^2}{R} = \gamma \frac{Mm}{R^2} + F,$$

гдје је  $F$  погонска сила мотора. Да би сателит ротирао по истој путањи са датом брзином, ова сила мора имати исти смјер као и гравитациона сила. Из ових двију једначина слиједи да је

$$F = 3\gamma \frac{Mm}{R^2}.$$

4. Када врећа падне на лијеви крај даске, почеће ротација даске (са врећама) око ослоња на средини. По закону одржања момента импулса може се одредити угаона брзина даске у почетном тренутку:

$$m_2 \sqrt{2gh} \frac{l}{2} = \left( \frac{m_1 l^2}{12} + 2m_2 \left( \frac{l}{2} \right)^2 \right) \omega, \quad \text{одакле је} \quad \omega = \frac{6m_2 \sqrt{2gh}}{l(m_1 + 6m_2)}.$$

Врећа на десном крају даске у том тренутку има брзину  $v$  усмјерену вертикално увис:

$$v = \frac{l}{2} \omega = \frac{3m_2 \sqrt{2gh}}{m_1 + 6m_2}.$$

Максимална висина до кје ће та врећа одскочити је:

$$H = \frac{v^2}{2g} = h \left( \frac{3m_2}{m_1 + 6m_2} \right)^2.$$